



УДК 622.24

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДРОБЛЕНИЯ ГРУНТА И МНОГОФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ БУРОВОГО РАСТВОРА ПРИ БУРЕНИИ СКВАЖИН

Б.С.ГРИГОРЬЕВ¹, А.А.ЕЛИСЕЕВ¹, Т.А.ПОГАРСКАЯ¹, Е.Е.ТОРОПОВ²

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия

² АО ЦКБ МТ «Рубин», Санкт-Петербург, Россия

Целью работы является математическое моделирование процесса дробления грунта при бурении и вынос выбуриваемых частиц (шлама) на поверхность посредством бурового раствора. Процесс разрушения породы описывается с помощью математической теории фрагментации. Распределение частиц шлама по размерам и массам зависит от таких факторов, как свойства выбуриваемой породы, скорость проходки, тип долота, подаваемая мощность. После формирования шлама моделируется процесс выноса его на поверхность. Буровой раствор вместе с частицами породы рассматривается как неоднородная многофазная среда, в которой несущая фаза – буровой раствор – представляет собой неньютоновскую жидкость. Течение такой среды описывается с помощью смесевой модели в рамках многожидкостного подхода. При этом получается система нелинейных уравнений в частных производных, для которой выведено новое замыкающее соотношение. Для решения системы применяется алгоритм SIMPLE. В результате изучаются свойства течения при включении частиц различных размеров. В частности, для частиц малых размеров за счет действия пластических напряжений в неньютоновском буровом растворе возникает равновесный режим, при котором частицы движутся вместе с буровым раствором без проскальзывания. Это наиболее быстрый режим доставки шлама на поверхность. Конкретные размеры таких частиц зависят от параметров процесса бурения. В частности, соответствующий диапазон размеров можно регулировать, изменяя параметры бурового раствора.

Ключевые слова: математическое моделирование; дробление грунта; буровой раствор; многофазное течение; неньютоновская жидкость; бурение скважин

Как цитировать эту статью: Григорьев Б.С. Математическое моделирование дробления грунта и многофазного течения бурового раствора при бурении скважин / Б.С.Григорьев, А.А.Елисеев, Т.А.Погарская, Е.Е.Торопов // Записки Горного института. 2019. Т. 235. С. 16-23. DOI: 10.31897/PMI.2019.1.16

Введение. Одним из центральных технологических процессов при бурении скважины является циркуляция бурового раствора. Основная решаемая при этом практическая задача – вынос частиц выбуриваемой породы (шлама) на поверхность. В процессе течения по стволу скважины раствор теряет первоначальный напор, который в итоге может оказаться недостаточным для последующего выноса шлама. Это может привести к заклиниванию бурильной колонны и возникновению серьезной аварийной ситуации. Целью настоящей работы является математическое моделирование процесса образования шлама и его выноса на поверхность посредством бурового раствора. Наличие такой модели позволит просчитать различные режимы бурения и предупредить возникновение осложнений.

Для моделирования дробления грунта используется общая теория фрагментации [3, 5]. Эта математическая теория описывает процесс измельчения первоначально имеющейся совокупности объектов, независимо от их физической природы. В качестве примеров конкретных приложений можно указать различные взрывные процессы, распыление капель топлива, деление клеток и др. Математическое моделирование процесса дробления грунта при бурении ранее не рассматривалось. Дополнительная трудность здесь – связать абстрактные математические понятия с конкретным инструментарием, применяемым в процессе бурения. Этому посвящена первая часть настоящей работы.

Смесь бурового раствора и частиц, образовавшихся в результате дробления, представляет собой двухфазную среду, в которой несущая фаза – буровой раствор – обычно является неньютоновской жидкостью. Течение такой среды описывается совокупностью нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, при решении которых обычно используют упрощающие допущения, отбрасывая часть слагаемых. Как следствие, вопрос о выносе шлама из скважины решается лишь на оценочном уровне (например, [10]). Правильность получаемых при этом результатов трудно оценить. В работе численно решается полная система уравнений без упрощающих предположений, что позволяет более надежно рассмотреть вопрос о выносе шлама.

Моделирование дробления грунта. Условно разделим все возможные грунты на три типа: 1) твердый грунт – это грунт, который дробится в процессе бурения; 2) песчаный грунт – его частицы не подвергаются дроблению; 3) смешанный грунт состоит из смеси грунтов первого и второго типа, которые рассматриваются по отдельности.

Особый интерес для дальнейшего исследования и одновременно наибольшую математическую сложность представляет моделирование перераспределения масс частиц в процессе дробления твердого грунта. Для задачи описания распределения частиц по массам (размерам) естественным является подход, основанный на понятии ветвящегося процесса [9]. В данном подходе предполагается, что частицы дробятся независимо друг от друга через некоторые случайные промежутки времени, причем эволюция процесса дробления определяется только текущим состоянием и не зависит от предыстории. Таким образом, результирующий ветвящийся процесс будет обладать марковским свойством.

Математическая модель дробления. Предположим, что за промежуток времени $[0, T]$ происходит дробление породы массой M_0 , после чего вся раздробленная порода выносится раствором в кольцевое пространство скважины. Пусть в момент времени t массы частиц x распределены в соответствии с законом, задаваемым плотностью распределения $m(x, t)$. Дробление частиц происходит с интенсивностью $\lambda(y)$, не зависящей от времени, но зависящей от массы частицы y . Иными словами, в среднем для каждой частицы массы y дробление происходит через время $1/\lambda(y)$. При этом частица массы y распадается на некоторое количество частиц, массы которых по отношению к массе дробимой частицы распределены в соответствии с законом, задаваемым условной плотностью $f(x|y)$.

Для плотности распределения масс частиц $m(x, t)$ справедливо интегродифференциальное уравнение (уравнение фрагментации) [5]:

$$\frac{\partial m(x, t)}{\partial t} = -\lambda(x)m(x, t) + \int_x^{M_0} f(x|y)\lambda(y)m(y, t)dy; \quad (1)$$

$$m(x, 0) = m_0(x), \quad x \in [0, M_0], \quad t \in [0, T],$$

где $m_0(x)$ – плотность распределения масс частиц в начальный момент времени.

Обычно (например, [4]) используется степенная зависимость $\lambda(x)$ от массы x . В данном исследовании зависимость была модифицирована следующим образом:

$$\lambda(x) = \begin{cases} \lambda_0 x^\beta, & x > x_{\min}, \\ 0, & x \leq x_{\min}, \end{cases} \quad \beta \geq 0, \quad (2)$$

для обеспечения дробления только частиц массы, большей x_{\min} .

Часто также (см., например, [8]) используется степенной вид функции условной плотности распределения

$$f(x|y) = \gamma \frac{x^{\gamma-1}}{y^\gamma}, \quad \gamma > 0.$$

Предполагается, что при увеличении размера частицы в некоторое количество раз, во столько же раз изменятся размеры частиц, образовавшихся из нее при дроблении. Таким образом, $m(x, t)$ будет зависеть от совокупности параметров $q = \{x_{\min}, \lambda_0, \beta, \gamma\}$.

Отметим, что, имея функцию $m(x, t)$, легко восстановить средний радиус частиц с радиусами в заданном интервале $[r_1, r_2]$:

$$\bar{r}(r_1, r_2, t) = \int_{r_1}^{r_2} r^3 m(x(r), t) dr / \int_{r_1}^{r_2} r^2 m(x(r), t) dr. \quad (3)$$

Формула (3) позволяет получить кусочно-постоянную аппроксимацию распределения частиц по размерам.

Оценка параметров модели. При практическом применении описанной модели необходимо задать численные значения совокупности параметров $q = \{x_{\min}, \lambda_0, \beta, \gamma\}$ для конкретных грунтов и долот.

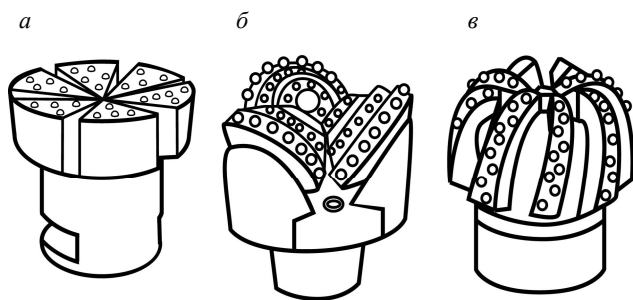


Рис.1. Типы долот: а – лопастное; б – шарошечное; в – алмазное (PDC – Polycrystalline Diamond Bits)

Предположим, что частицы имеют форму шара, тогда x_{\min} может быть вычислено как масса частицы максимального радиуса r , вымываемого буровым раствором из-под долота. Параметр r может быть определен как двойное расстояние между режущими кромками долота и зависит от его типа.

Параметр β , входящий в формулу (2), определяющую интенсивность дробления, зависит от типа долота и позволяет задать зависимость интенсивности дробления от массы частицы грунта. В случае, когда конструкция долота такова, что вся его рабочая поверхность соприкасается с грунтом (рис.1, а), полагаем $\beta = 0$, что означает одинаковую интенсивность дробления для частиц всех масс. При более сложной форме долота, когда одновременно захватываются куски разного размера (рис. 1, б, в), интенсивность дробления зависит от массы частицы.

Параметр γ зависит от характеристик грунта и описывает распределение по массам отколовшихся частиц. Если частицы имеют форму шара, площадь поверхности частицы массой y может быть вычислена через ее плотность ρ по формуле $s(y) = 4\pi(3y/(4\rho\pi))^{2/3}$. Площадь поверхности всех частиц, образовавшихся при однократном дроблении частицы массой y , определяется выражением

$$s_{\Sigma}(y) = \int_0^y x^{-1} y s(x) f(x|y) dx .$$

Работа A долота по дроблению грунта может быть вычислена как мощность, получаемая долотом от забойного двигателя или бурильной колонны за время T . В то же время, согласно закону дробления Риттингера [6],

$$A = k\Delta s, \quad (4)$$

где A – работа по измельчению, Дж; Δs – изменение площади поверхности частиц, m^2 ; k – коэффициент пропорциональности, Н/м. Тогда параметр γ может быть вычислен при подстановке $\Delta s = s_{\Sigma}(y) - s(y)$ в уравнение (4) и осреднении этого уравнения по промежутку времени $[0; T]$.

Параметр λ_0 связан со скоростью проходки, которая полагается постоянной. Оценку параметра λ_0 можно найти, решив уравнение (4). Однако это требует многократного решения уравнения (1) при различных значениях параметра λ_0 , что является трудоемким процессом с вычислительной точки зрения. С другой стороны, легко заметить, что решение уравнения (1) при произвольном λ_0 получается из соответствующего решения для случая $\lambda_0 = 1$ простым масштабированием времени.

Таким образом, для моделирования дробления грунта долотом необходимо задать следующие параметры: плотность грунта, долю в нем твердой породы (грунта первого типа) от всей дробимой массы, скорость проходки, диаметр скважины, тип долота (шарошечное, лопастное и т.д.) и расстояние между лопастями долота, коэффициент пропорциональности закона дробления Риттингера для рассматриваемого грунта и мощность на долоте.

Для иллюстрации работы алгоритма был рассмотрен конкретный пример. В качестве дробимой породы был выбран смешанный грунт с плотностью 2650 кг/м^3 (кварцевый алеврит), скорость проходки $0,01 \text{ м/с}$, диаметр скважины $0,4445 \text{ м}$, коэффициент пропорциональности закона дробления Риттингера $0,28$. Доля песчаного грунта составляла 25% и полагалась распределенной по нормальному закону в диапазоне $0,1-0,5 \text{ мм}$. Для рассматриваемой породы были определены значения категории твердости и категория абразивности (по Л.А.Шрейнеру и ГОСТ 12288-66). При бурении подобных пород используются шарошечные и PDC-долота, поэтому для конкретных расчетов было выбрано одно PDC-долото с шестью лопастями (для него было установлено $\gamma = 1,5$, $\beta = 2$) и второе – шарошечное с тремя насадками ($\gamma = 1,1$, $\beta = 2$). На рис.2 представлено процентное распределение радиусов частиц по заданным интервалам для двух выбранных долот.

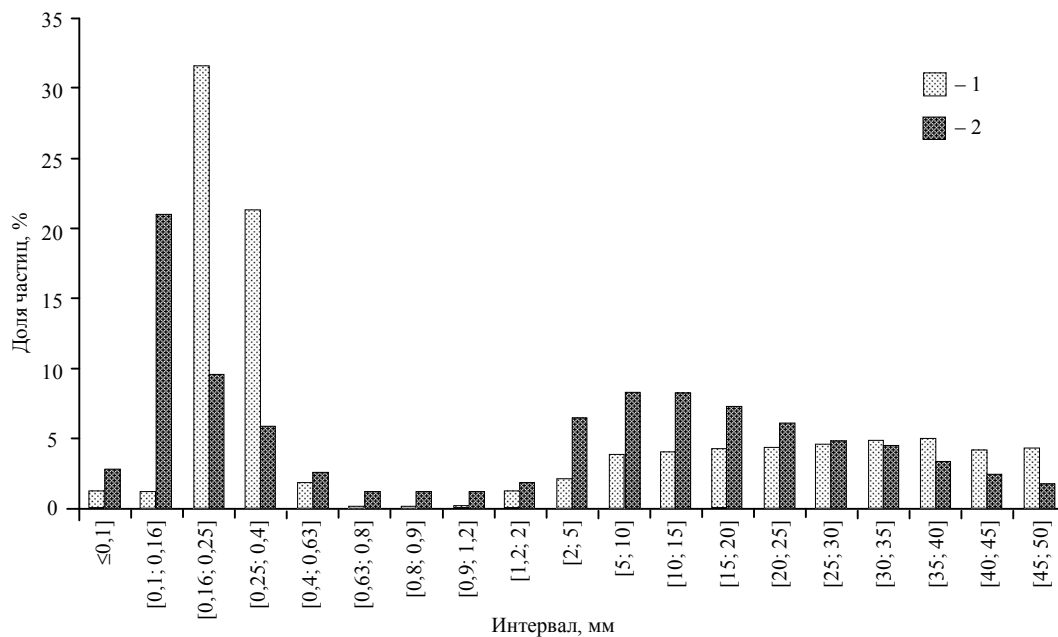


Рис.2. Гистограмма распределения радиусов частиц по заданным интервалам для двух типов долот
 1 – РДС-долото; 2 – шарошечное долото

Анализ подобных гистограмм позволяет выбрать наиболее подходящие с той или иной точки зрения параметры бурения и соответствующий инструментарий.

Многофазное течение бурового раствора с учетом его неньютоновских свойств. После прохождения через трубы бурильной колонны буровой раствор поступает в кольцевое межтрубное пространство вместе с частицами выбуриваемой породы. Далее под действием имеющегося напора эта смесь должна подниматься вверх к устью и в итоге удаляться из скважины для последующей очистки и регенерации. Отметим, что одновременно в пространстве скважины могут проявиться пластовые жидкости и газовые пузыри из окружающей скважину породы. При необходимости модель может быть расширена для включения этих эффектов.

В работе рассматривается смесь, которая состоит из непрерывной фазы – буровой раствор – и дисперсной фазы – шлам. Частицы дисперсной фазы могут иметь одинаковый размер, определяемый по формуле (3), или быть разных размеров. В последнем случае вводится кусочно-постоянная аппроксимация с помощью формулы (3) и каждая совокупность частиц одинакового размера рассматривается как отдельная фаза.

Одним из возможных способов моделирования многофазной среды является представление ее в виде совокупности нескольких взаимопроникающих континуумов (многожидкостная модель).

Основные уравнения. В наиболее общей модели для представления течения отдельных компонент используются осредненные тем или иным способом (по объему, времени или ансамблю) уравнения Навье – Стокса. При использовании осреднения по объему [11] система состоит из уравнений, записанных для каждой фазы течения,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k) + \nabla(\alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k) = 0; \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k) + \nabla(\alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k) = -\alpha_k \nabla p_k + \nabla(\alpha_k \boldsymbol{\tau}_k) + \alpha_k \rho_k \mathbf{g} + \mathbf{M}_k. \quad (6)$$

Здесь индекс k относится к конкретной фазе; ρ_k – плотность фазы; \mathbf{u}_k – вектор скорости; p_k – давление; $\boldsymbol{\tau}_k$ – тензор вязких напряжений; \mathbf{g} – ускорение свободного падения; \mathbf{M}_k – сила, действующая на данную фазу со стороны других фаз. В обоих уравнениях присутствует важный параметр α_k , интерпретация которого зависит от применяемого осреднения. При использовании осреднения по объему эта величина характеризует содержание фазы в индивидуальном объеме многофазной среды ($0 < \alpha_k \leq 1$).



Для расчета течений в скважине систему уравнений (5), (6) можно существенно упростить, учитывая тот факт, что продольный размер скважины много больше поперечного. Это позволяет использовать приближение узкого канала [2].

Дальнейшее упрощение было сделано путем осреднения по сечению [6], что позволило перейти к одномерному описанию. Чтобы сократить число решаемых дифференциальных уравнений, был применен смесевый подход [12]. Основным в нем является понятие смеси – модельной среды, движение которой описывает поведение многофазной системы в целом. Уравнения для нее получаются в результате сложения уравнений неразрывности и баланса импульса для каждой фазы. В итоге получим систему уравнений (индекс m относится к параметрам смеси):

- уравнение неразрывности для отдельной фазы

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k A) + \frac{\partial}{\partial z}(\alpha_k \rho_k u_k A) = 0, \quad k = 1 \dots n, \quad (7)$$

где A – площадь поперечного сечения скважины;

- уравнение неразрывности для смеси

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m A) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho_m u_m A) = 0; \quad (8)$$

- уравнение баланса импульса для смеси

$$\rho_m \left(\frac{\partial u_m}{\partial t} + u_m \frac{\partial u_m}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p_m}{\partial z} + F_w + \rho_m g, \quad (9)$$

где координата z отсчитывается от устья и направлена вниз по глубине скважины.

Плотность смеси ρ_m определяется по формуле $\rho_m = \sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k$, а u_m – скорость центра масс ин-

дивидуального объема смеси $u_m = \sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k u_k / \rho_m$, где n – общее число фаз. Также предполагается,

что у всех фаз смеси одинаковое давление, совпадающее с давлением смеси p_m . Вычислить силы трения о стенку скважины F_w можно используя известные гидравлические формулы для течения однофазной жидкости с параметрами смеси.

Алгебраическая модель проскальзывания для вязкопластической жидкости. В полученной системе уравнений (7)-(9) число неизвестных больше числа уравнений. Для замыкания системы в [12] была построена так называемая алгебраическая модель проскальзывания. В данной работе она дополнена для случая неньютоновской несущей фазы.

Сила межфазного взаимодействия определяется по формуле [12]

$$M_k = \alpha_k (\rho_m - \rho_k) \left(g - \frac{\partial u_m}{\partial t} - u_m \frac{\partial u_m}{\partial z} \right). \quad (10)$$

Введем коэффициент сопротивления β_k и запишем $M_k = -\beta_k u_{ck}$, где u_{ck} – скорость проскальзывания фазы k относительно несущей фазы, $u_{ck} = u_k - u_c$; u_k – скорость дисперсной фазы, u_c – скорость непрерывной (несущей) фазы. Для ньютоновской жидкости коэффициент сопротивления $\beta_k = \alpha_k \rho_k f(u_{ck}) / t_k$, где $t_k = \rho_k d_k^2 / (18 \mu_c)$ – время релаксации частиц; d_k – эквивалентный диаметр частиц; $f(u_{ck})$ – функция сопротивления, которая вычислялась по формуле Шиллера – Наумана:

$$f = \begin{cases} 1 + 0,15 \text{Re}^{0,687}, & \text{Re} \leq 1000, \\ 0,0183 \text{Re}, & \text{Re} > 1000, \end{cases} \quad (11)$$

где $\text{Re} = \rho_c d_k |u_{ck}| / \mu_c$.

Часто буровой раствор представляет собой глинистую субстанцию, которая ведет себя не как ньютоновская, а как вязкопластическая (бингамовская) жидкость. Для нее реологический закон выглядит следующим образом: $\tau = \tau_0 + \eta_c \frac{\partial u}{\partial y}$, где τ_0 – предельное напряжение сдвига; η_c – коэффициент структурной вязкости [7]. В этом случае для определения числа Рейнольдса используется структурная вязкость.



На каждую частицу дисперсной фазы в бингамовской жидкости помимо силы вязкого сопротивления дополнительно действует сила F_B , связанная с пластическими напряжениями на поверхности частицы. Следуя [3], $F_B = -\tau_0 A_{k,d}$, где $A_{k,d}$ – площадь поверхности частицы дисперсной фазы.

Рассмотрим индивидуальный объем V , считая, что в нем имеется n_k -частиц дисперсной фазы k . Положим $n_k = V/V_{k,d}$, где V_k – объем, занимаемый фазой k в объеме V , а $V_{k,d}$ – объем одной частицы фазы k . Общая сила, связанная с пластическими напряжениями, действующая на дисперсную фазу в объеме V , равна $F_B n_k = -\tau_0 A_{k,d} V_k/V_{k,d}$. Разделив на величину объема, получим $M_{k,B} = -\alpha_k \tau_0 A_{k,d}/V_{k,d}$. Для частиц сферической формы с эквивалентным диаметром d_k будем иметь $M_{k,B} = -\alpha_k 6\tau_0/d_k$.

Общая сила межфазного взаимодействия $M_k = M_{k,N} + M_{k,B}$ где $M_{k,N}$ – сила вязкого сопротивления, обусловленная наличием структурной вязкости бингамовской жидкости; $M_{k,B}$ – сила, связанная с действием пластических напряжений. В итоге будем иметь

$$M_k = -\beta_k u_{ck} - \alpha_k \frac{6\tau_0}{d_k}.$$

С учетом (10) получаем равенство

$$-\beta_k u_{ck} - \alpha_k \frac{6\tau_0}{d_k} = \alpha_k (\rho_m - \rho_k) \left(g - \frac{\partial u_m}{\partial t} - u_m \frac{\partial u_m}{\partial z} \right).$$

Отсюда скорость проскальзывания с учетом равенства $\rho_m - \rho_k = -\alpha_c (\rho_k - \rho_c)$, справедливого для двухфазной среды,

$$u_{ck} = \frac{\alpha_k}{\beta_k} \left(\alpha_c (\rho_k - \rho_c) \left(g - \frac{\partial u_m}{\partial t} - u_m \frac{\partial u_m}{\partial z} \right) - \frac{6\tau_0}{d_k} \right). \quad (12)$$

Заметим, что u_{ck} не вычисляется непосредственно из равенства (12), так как β_k зависит от u_{ck} посредством функции сопротивления (11). Следовательно, равенство (12) представляет собой уравнение относительно u_{ck} , которое необходимо решать тем или иным приближенным методом.

К полученным уравнениям должны быть добавлены начальные и граничные условия. В частности, предлагается начальное распределение объемного содержания каждой фазы вдоль всего кольцевого пространства скважины.

Для расчета течения в бурильной колонне и в кольцевом пространстве задаются объемные расходы, а следовательно, и скорости всех фаз на входе в бурильные трубы или на забое. Объемное содержание шлама на забое определяется из соотношения между расходами $Q_{cut}/(Q_{cut} + Q_c)$, где Q_{cut} и Q_c – расходы шлама и бурового раствора соответственно.

Верификация модели. Решение задачи о выносе шлама. Для решения полученной системы уравнений был построен численный метод. В нем уравнение неразрывности для отдельной фазы (7) решалось по явной схеме с использованием направленных против потока разностей. Для совместного решения уравнений неразрывности и баланса импульса для смеси (8), (9) применялся итерационный алгоритм SIMPLE [13]. Для определения относительной скорости фаз решалось нелинейное уравнение (12). Расчет производился до получения установившегося решения для объемного содержания каждой фазы.

Работа построенного алгоритма была верифицирована в частном случае ньютоновской жидкости на примере решения тестовой задачи осаждения частиц шлама после прекращения циркуляции бурового раствора. Было установлено, что в специальном случае, когда плотности шлама и бурового раствора близки, система уравнений (7)-(9), (12) допускает аналитическое решение для объемного содержания частиц. В вычислительном эксперименте было показано, что численное решение сходится к аналитическому.

Остановимся на некоторых результатах расчетов, выявляющих свойства бурового раствора как вязкопластической жидкости. Определяющие параметры были выбраны из примеров, приведенных в работе [10]. Рассматривались частицы шлама с плотностью $\rho_k = 2560 \text{ кг/м}^3$, буровой раствор с плотностью $\rho_c = 1300 \text{ кг/м}^3$ и структурной вязкостью $\eta_c = 0,01 \text{ Па}\cdot\text{с}$ (предполагается, что всегда $\rho_k > \rho_c$). Расход бурового раствора на забое $0,06 \text{ м}^3/\text{с}$, а расход появляющегося шлама –

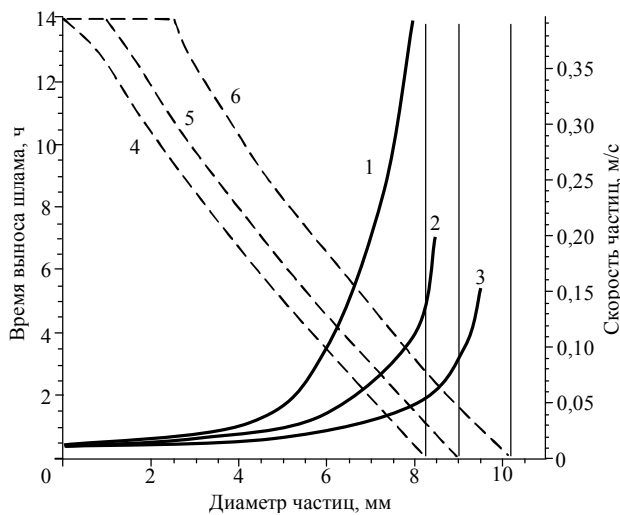


Рис.3. Зависимость времени выноса шлама и скорости частиц от диаметра для разных значений τ_0
Сплошные линии – время выноса, пунктирные – скорости частиц;
1; 4 – $\tau_0 = 0$; 2; 5 – $\tau_0 = 2$ Па; 3; 6 – $\tau_0 = 5$ Па

диаметра, ни от τ_0 . Это предельное время выноса, которое ограничено скоростью несущей фазы. Графики скоростей частиц имеют здесь горизонтальные участки (в диапазоне диаметров от 0 до 1 мм для $\tau_0 = 2$ Па и от 0 до 2,5 мм для $\tau_0 = 5$ Па). Для этих участков скорости проскальзывания фаз $u_{ck} = 0$, т.е. скорости бурового раствора и частиц шлама одинаковы. Это объясняется дополнительным воздействием на частицы пластических напряжений со стороны бурового раствора. Такой режим течения неоднородной среды называется равновесным [1]. Он наиболее выгодный, так как при заданной скорости несущей фазы позволяет удалять шлам за наименьшее время.

Если частицы всплывают, но отстают от несущей фазы, должно выполняться неравенство $u_{ck} > 0$. Для установившегося течения по трубе постоянного сечения производные в (12) равны нулю и тогда из (12) следует, что неравенство $u_{ck} > 0$ выполняется для частиц с диаметром $d_k > d_k^*$:

$$d_k^* = \frac{6\tau_0}{\alpha_c(\rho_k - \rho_c)g}. \quad (13)$$

Величина d_k^* определяет границу равновесного режима. Из (13) следует, что $d_k^* \rightarrow 0$ при $\tau_0 \rightarrow 0$, т.е. для ньютоновской жидкости равновесный режим в указанном выше смысле невозможен.

Очевидно, слишком большие частицы при заданной скорости потока u_c не могут быть вынесены на поверхность. Минимальный диаметр таких частиц определяется нулевой скоростью выноса. Данная скорость потока называется скоростью левитации u_w [10]. Полагая $u_k = 0$, получим $u_w = -u_c$, а так как $u_c < 0$, то $u_w > 0$. Для установившегося течения из (12) с учетом (13) получим

$$u_w = \frac{d_k \tau_0}{3\eta_c f(u_w, d_k)} \left(\frac{d_k}{d_k^*} - 1 \right). \quad (14)$$

Отсюда можно найти предельный диаметр выносимых частиц d_k^{**} при заданных параметрах потока, причем $d_k^{**} > d_k^*$, так как $u_w > 0$. Геометрически величина d_k^{**} соответствует точке пересечения графика скорости частиц с осью абсцисс. При $d_k \rightarrow d_k^{**}$ время выноса частиц стремится к бесконечности, приближаясь к вертикальным асимптотам.

При $d_k \leq d_k^*$ левитация невозможна. Действительно, так как при левитации $u_k = 0$, а в данной области $u_k = u_c$, то и скорость потока $u_c = 0$. Получаем равновесный режим в состоянии статического равновесия. При этом частицы шлама оказываются как бы замороженными в буровой раствор. Это значит, что при остановке циркуляции раствора (например, по каким-то техническим причинам) частицы шлама не будут осаждаться, загрязняя скважину. Заметим, что частные случаи формул (13), (14) (при $\alpha_c = 1, f = 1$) ранее были получены в [10].

0,0016 м³/с связан со скоростью проходки 0,01 м/с. При этом объемное содержание шлама на забое составляло 2,6 %. Глубина скважины 500 м, а ее диаметр 0,445 м.

На рис.3 приведены зависимости времени выноса шлама из скважины и скорости всплытия частиц от диаметра для разных значений предельного напряжения сдвига τ_0 . При этом $\tau_0 = 0$ соответствует ньютоновской жидкости, а $\tau_0 = 2$ Па и $\tau_0 = 5$ Па – вязкопластической. Отметим, что при заданном диапазоне диаметров частиц (от 0 до 10 мм) число Рейнольдса не превышало 400, что соответствует случаю ламинарного течения.

Частицы в неньютоновской среде выносятся быстрее, чем в ньютоновской и тем быстрее, чем больше величина τ_0 . В то же время в некотором диапазоне диаметров для неньютоновской жидкости время выноса частиц остается постоянным, не зависящим ни от



Выводы

1. Реализована математическая модель дробления грунта при бурении на основе теории фрагментации. Установлена связь между параметрами модели и процесса бурения. При этом учтены такие факторы, как свойства выбуриваемой породы, скорость проходки, тип долота, подаваемая мощность. Построенная модель позволяет получить распределение размеров частиц, образующихся при бурении, по заданным интервалам и вычислить среднее значение в каждом интервале. Это важно для решения задачи о выносе шлама, а также проектирования систем очистки и регенерации бурового раствора.

2. На основе осредненных гидродинамических уравнений построена смесевая модель циркуляции бурового раствора как вязкопластической жидкости, движущейся совместно с частицами выбуриваемой породы (шлама). Выведено замыкающее соотношение для силы межфазного взаимодействия с учетом вязкопластических свойств бурового раствора. Предложен алгоритм численного решения полученной системы уравнений. Рассмотрена задача о выносе шлама из скважины. Показано существование равновесного режима течения, использование которого для выноса шлама наиболее выгодно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Волков К.Н. Течение газа с частицами / К.Н.Волков, В.Н.Емельянов. М.: Физматлит, 2008. 600 с.
2. Лапин Ю.В. Внутренние течения газовых смесей / Ю.В.Лапин, М.Х.Стрелец. М.: Физматлит, 1989. 366 с.
3. Колмогоров А.Н. О логарифмически нормальном законе распределения размеров частиц при дроблении // Доклады АН СССР. 1941. Т. 31. С. 99-101.
4. Королев Л.В. Уравнение кинетики измельчения с произвольным законом распределения времени ожидания / Л.В.Королев, Д.О.Бытев // Моделирование и анализ информационных систем. 2012. Т.19. № 2. С. 53-61.
5. Королев Л.В. О распределении размеров частиц при дроблении // Информатика и ее применения. 2009. Т. 3. Вып. 3. С. 60-68.
6. Осипцов А.А. Обоснование модели дрейфа для двухфазных течений в круглой трубе / А.А.Осипцов, К.Ф.Синьков, П.Е.Спесивцев // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2014. № 5. С. 60-73.
7. Ржевский В.В. Открытые горные работы. Кн.1: Производственные процессы. М.: Изд-во URSS, 2013. 512 с.
8. Banasiak J. Conservative and shattering solutions for some classes of fragmentation models // Mathematical Models and Methods in Applied Sciences. 2004. Vol. 14. № 4. P. 483-501.
9. Beznea L. Branching processes for the fragmentation equation / L.Beznea, M.Deaconu, O.Lupas // Stochastic Processes and their Applications. 2015. № 125. P. 1861-1885.
10. Leonov E.G. Applied Hydroaeromechanics in Oil and Gas Drilling / E.G.Leonov, V.I.Isaev. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey. 2010. 474 p.
11. Multiphase flows with droplets and particles / T.C.Clayton, J.D.Schwarzkopf, M.Sommerfeld, M.Tsuji. Washington: CRC Press, Taylor & Francis Group, 2012. 505 p.
12. Manninen M. On the mixture model for multiphase flow / M.Manninen, V.Taivassalo, S. Kallio / Technical Research Centre of Finland, VTT Publications 288. 1996. 67 p.
13. Pletcher R.H. Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer / R.H.Pletcher, J.C.Tannehill. Washington: CRC Press, Taylor & Francis Group, 2013. 705 p.
14. Whittaker A. Theory and Application of Drilling Fluid Hydraulics / Reidel Publishing Company. Holland. 1985. 203 p.

Авторы: Б.С.Григорьев, д-р техн. наук, профессор, bsgrigoriev@gmail.com (Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия), А.А.Елисеев, аспирант, eliseev0@mail.ru (Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия), Т.А.Погарская, аспирант, rogarskaya.t@gmail.com (Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия), Е.Е.Торопов, главный конструктор, neptun@ckb-rubin.ru (АО ЦКБ МТ «Рубин», Санкт-Петербург, Россия).

Статья поступила в редакцию 12.03.2018.

Статья принята к публикации 10.04.2018.